

以超啟發式演算法進行鋼筋混凝土結構最佳化設計

銀徽

國立台灣科技大學 營建工程系 碩士

楊亦東

國立台灣科技大學 營建工程系 副教授

歐昱辰

國立台灣科技大學 營建工程系 助理教授

摘要

傳統的鋼筋混凝土設計中，許多的設計變數都是由工程師的經驗去給定初始值，例如柱直徑、梁寬度、配筋量與位置等，不同的設計再透過試誤法來檢核。由於設計變數之間是息息相關的，而工程師的設計通常趨於保守，其設計也未必能有效率的使各個材料間發揮其效能以在合乎規範要求的前提下節省費用。由於工程師在設計的時候不易在廣大的搜尋空間中找尋適合的設計參數，若用人力計算並一一試誤相當費時費力，因此本研究主要目的將鋼筋量、柱子直徑、混凝土強度以及鋼筋配比作爲最佳化之變數，以求取最經濟且符合結構強度規定之混凝土斷面設計。研究方法爲基因演算法以及粒子群演算法。本研究提出之兩套演算法應用在美國 AASHTO 協會橋樑設計範例之橋柱最佳化結構設計；目標爲取得符合設計規範且較爲經濟之設計。本研究亦比較基因演算法以及粒子群演算法的求解效果。

關鍵字：鋼筋混凝土、進化演算法、最佳化、自動化設計

ABSTRACT

In the design of reinforced concrete structures, initial values of design parameters are often set subjectively, such as the diameters of pillars, widths of beams, number and locations of reinforcing bars. Different designs are then tested via a tedious trial-and-error process. Since the design parameters determine the performance and the engineers usually take a conservative approach, the overall design may not necessarily be cost efficient. Moreover, it is always difficult to find the optimal set of design parameters in a usually large search space. This study proposes a model to automatically find the optimal set of design parameters (diameter of pillar, number of reinforcing bars, strength of cement and reinforcing bar) so as to minimize the material costs while simultaneously satisfying design criteria. This study develops two evolutionary optimization algorithms, Genetic algorithm and Particle swarm optimization, to find the optimal design of a RC pillar. The goal is to find the most cost efficient design, which meets the AASHTO design code. This research also compares the performance of the two algorithms.

Keywords: Reinforcement Concrete, Evolutionary Optimization, Cost Saving, Automatic Design

一、前言

現今結構設計規範日漸複雜，而 Hajela(1990)曾提到對於日漸複雜的設計問題和離散變數的設計空間，非線性規劃法並沒有解全域最佳解問題的能

力。因此本研究希望以超啟發式演算法之應用以解決複雜的鋼筋混凝土設計問題。在設計時許多的變數都是以經驗法則來進行試誤，若經驗較少之工程

師可能會耗費許多時間，且設計的斷面有可能過度保守或是較不經濟。因此以超啟發式演算法進行最佳化鋼筋混凝土設計是可行的。

二、背景介紹與文獻回顧

在結構設計時，主要考慮使用性和安全性兩個要求。對於使用性的要求即在使用載重之下，撓度不可過大，裂縫不可過寬，控制震動不可過大，噪音予以隔離；對於安全性的要求即是在異常載重之下，結構體仍然具有足夠強度可抵抗，不致被破壞。(Nilson et al. 2004)

本研究所使用的模型遵照 ACI 設計規範，所使用之強度設計法基本假設如下：

1. 鋼筋與混凝土之應變與其中性軸(N.A)之距離成正比。(所謂的平面保持平面)
2. 混凝土之極限應變 =0.003。
3. 鋼筋之應力按鋼筋之楊氏模數計算，但不得大於規定之降服應力。
4. 混凝土產生之抗拉應力不列入計算。
5. 混凝土的撓曲壓應力之分布可假設為各種形狀，但必須與實驗結果接近。

強度設計法之設計理論如公式 1、2 及 3 所示，設計強度必須大於設計載重。這是理所當然的，若強度小於載重，則結構體將會崩壞造成災害。以保守的原則進行設計過程中，設計強度需乘以折減係數，需求之強度需乘以載重係數放大：

$$\text{設計強度 } S_d = \text{折減係數 } \phi \times \text{標稱強度 } S_n \quad (1)$$

$$\text{需求強度 } S_r = \sum \text{載重係數 } \psi_i \times \text{使用載重 } L_i \quad (2)$$

$$\Rightarrow \text{設計強度 } S_d \geq \text{設計載重 } U \quad (3)$$

在回顧結構最佳化(structural optimization)的相關文獻，結構分析最佳化儲鋼筋混凝土構件設計外可依照處理類型分為以下三種：

1. 結構尺寸最佳化(sizing optimization)
2. 結構幾何最佳化(geometrical optimization)
3. 結構拓樸形狀最佳化(topology optimization)

結構最佳化應用於設計的相關研究中，最初是以尺寸的最佳化進行，一般考慮的變數為長度、寬度以及高度，本研究即是此類的延伸，額外加上了

配比鋼筋數量、鋼筋強度以及混凝土強度等等。結構形狀最佳化設計問題主要探討的是改變結構幾何外型之最佳化設計，設計變數可以採用節點座標的方式來調整形狀，亦或是利用參數的型式來描述幾何外型。Bland 和 Dawson(1991)的研究，使用禁忌搜尋對桁架進行最佳化分析的案例，其研究求得使桁架結構更為輕量化且符合要求的設計。結構拓樸最佳化設計則是在初始設計領域中，尋找一組材料(或元素)分配情況，以達到結構最佳之拓樸形狀。Fourie 和 Groenwold(2001)的研究即是以粒子群演算法求解結構拓樸的問題。

三、鋼筋混凝土柱設計

鋼筋混凝土行為包含許多的基本力學概念，包括從無受力狀態加載到構件到達極限破壞，整個過程可以由簡單的受壓或受拉構件之性能予以清楚地解釋之。鋼筋混凝土橋柱和鋼筋混凝土橋樑的設計所需評估的參數大致上相同，最主要的差別在於橋柱須額外考慮軸向載重。

在設計鋼筋混凝土軸力桿件時，以混凝土承受大部分的載重的作法是比較符合經濟效益的。但是工程師多以保守為設計原則，對於最小鋼筋量的配置許多規範中仍然會給予其限制值。對鋼筋混凝土橋柱來說，其中一個原因為橋柱的加載過程中抵抗可能存在的任何彎矩。另一個原因是載重強度的提升，在配置鋼筋之後即可縮減斷面尺寸。一般來說，鋼筋比愈高則斷面積可縮減愈多。

鋼筋混凝土柱常見的形狀有矩形和圓形，一般在設計的時候都會加以箍筋強化之。箍筋的作用主要在於防止施工時主筋移位，以及防止受壓鋼筋挫曲(buckle)而導致外層的保護層裂開。箍筋還額外具有圍束效應的強化效果，本研究混凝土壓力區之計算所根據的理論為 Mander et al. (1984)提出的一個統一型式的混凝土應力應變曲線。混凝土在極限狀態時的壓應力狀態呈現非線性，其模型以分數形式描述上升區段及下降區段，可廣泛適用於圓形、矩形、及壁式斷面等，而斷面內採用圓形箍筋、螺箍筋、矩形箍筋綁紮繫筋或不綁紮繫筋的情形。

當一個構件同時承受軸向壓力 P 與彎矩 M 時，通常以具有偏心距 $e=M/P$ 的相同壓力代替軸向壓力和彎矩來表示。除非是完美系統，一般的柱子皆有偏心載重的情況，因此使用等效偏心距來加以計算可大大提升便利性。

四、案例驗證

過去傳統之結構最佳化之問題大多採用非線性規劃 (nonlinear programming)，此法則已經發展了三十年，趨於成熟。此方式對於設計變數為單一極值之簡單構件上有精確且快速收斂等等優點，因此廣被接受。但若設計變數複雜化 (如非連續設計空間、離散元素等)，則只能以近似解來逼近最佳解，而無法得到全域最佳解。因此，後來許多學者研究傾向於超啟發式演算法則求解，以隨機搜尋的概念進行。主要原因為隨著規範愈來愈複雜，需要考慮的因素也愈來愈多，相對來說問題也趨於複雜化。變數考慮愈多，則愈能顯出超啟發式演算法則的優點，可在有限時間內求得在具有信心的答案。

本節所介紹為本研究演算模式中所應用之演算方法，首先為研究中所應用之基因演算法及粒子群演算方法發展背景，並說明此演算法的理論及演算步驟，詳細內容敘述如下。

4-1 基因演算法

基因演算法最早是由密西根大學 (University of Michigan) John Holland 和他的同事於 1950 年代提出。而在初期對於基因演算法的研究僅限於理論方面，之後隨著計算機計算能力的發展和實際應用需求的增多，基因演算法逐漸進入實際應用階段。

基因演算法適用於解決最佳化問題的演算法，為進化演算法的一種，基因演算法的發展借鑑於達爾文的進化論，架構出自然界生物適者生存的進化過程，近年來被廣泛的運用於搜尋許多問題的最佳解。對於一個最佳化問題，一定數量的染色體進行交配突變，向更好的解進化。傳統上，解用二進位表示，但也可以用實數或集合方式表達。進化從完全隨機個體的世代開始，之後各個世代迭代發生。在每一代中，整個群體的適存值被進行評估，從當前種群中依適存值評比隨機地選擇多個染色體，通

過自然選擇和突變產生新的染色體，該染色體在演算法的下一代迭代中成為當前世代，最終尋得最佳解。

以基因演算法求解最佳化問題時，最佳化問題的解被稱為個體，以一個參數來表示，視為基因串或是染色體。染色體一般被編碼為簡單的字元串或數字串。一開始，隨機生出一定數量的個體，有時候也可以對這個隨機產生過程進行干預，播下已經經過最佳化的種子。在每一個世代中，每一組染色體都被評估，評估的計算結果以適存值表示之，若適存值較為適合，該組染色體再下一個世代被選擇的機率就會相對較高。

經過這一系列的步驟 (選擇、交配和突變)，產生的新世代個體不同於初始的一代，並一代一代向最佳適存值的方向發展，因為最好的母體總是有比較高的機率去產生下一代，而適存值低的個體逐漸被淘汰。這樣的過程不斷的重複：每個個體被評估，計算出適存值，兩個個體交配，然後突變，產生下一個世代。不斷重複，一直到終止條件達成為止。

下一個世代的染色體都是由該世代的染色體競爭過後繁衍出來的，其中繁殖包括交配 (crossover) 和突變 (mutation)。競爭則是根據新個體的適存值進行評估的，適存值越佳，被選擇的機會越高，而適存值較差的，被選擇的機會就低。基因演算法應用於本研究之流程如圖 1。

4-2 粒子群演算法

粒子群演算法 (Particle Swarm Optimization ; PSO) 於 1995 年由 Eberhart and Kennedy 所提出，其概念源自於自然界中，生物之間的社會行為與群體智慧。利用群體之智慧的概念 (swarm intelligence)，來達成進化搜尋領域的目的。例如螞蟻群聚、候鳥遷徙與覓食、羚羊為了逃避捕食者所產生的群體行為等。PSO 即是模仿此類群體行為反應來搜尋群體最大利益的方法。每個粒子都有其本身依目標函數所決定的適存值，且每個粒子都有各自行進的方向及速度，其初始時為一群隨機粒子，即隨機解，然後在符合限制條件的範圍之內進行搜尋，進行迭代。

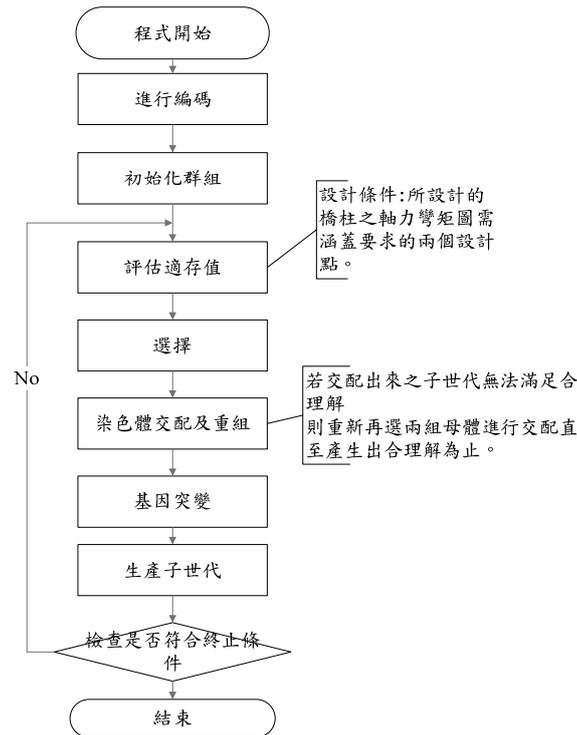


圖 1、基因演算法程式流程圖

粒子的移動以(4)及(5)運算，(4)為粒子速度的運算，其中 w 為慣性權重，作用在於控制前一次速度對現在速度的影響。 $c1$ 、 $c2$ 為學習因子，分別是控制個體歷史最佳記憶和群體歷史最佳記憶對質點速度的影響。 $x(t)$ 為粒子本身目前所在之位置。而式(5)則為迭代更新粒子位置向量之計算式[3]。

速度：

$$v(t+1) = w * v(t) + c1 * rand(t) * (pbest(t) - x(t)) + c2 * rand(t) * (gbest(t) - x(t)) \quad (4)$$

位置：

$$x(t+1) = x(t) + v(t+1) \quad (5)$$

其中 $v(t+1)$ 為粒子新的速度， $v(t)$ 為粒子現在的速度， t 代表進行迭代運算， w 為慣性權重， $c1$ 及 $c2$ 為學習因子， $rand(t)$ 為介於 0-1 之隨機亂數， $pbest(t)$ 為粒子個體歷史記憶中最佳位置之值， $gbest(t)$ 為粒子群體歷史記憶中最佳位置之值， $x(t)$ 為粒子本身目前所在之位置。

粒子目前的所在位置以向量的方式表達，其維度即為粒子中元素的個數；粒子速度向量即為粒子移動的速度大小，與位置向量一樣，擁有相同維度的元素。粒子群演算法應用於本研究之流程如圖 2。

4.3 限制式處理

在進行求解時，若所得的解答違反限制式一律不接受。所有進行求解的範圍均在合理域完成，包括起始解。就工程師設計的觀點來看，設計參數必須能滿足

1. 設計設計軸力強度須大於標稱軸力強度
2. 設計彎矩強度須大於標稱彎矩強度

五、結論案例驗證

本研究所分析之模型摘自 AASHTO 設計規範中的橋柱案例如圖 3 所示。橋柱案例示意圖如圖 4 所示。本研究所使用之 AASHTO 橋柱設計模型參數如下：

1. 配置鋼筋組量，本研究為兩根鋼筋一組。
2. 橋柱之半徑。經過測試，搜尋範圍設定為 50 至 80 公分。
3. 混凝土標稱應力強度，混凝土強度從 280 ~ 703(kg/cm²)。
4. 鋼筋標稱應力強度。本研究使用強度分為兩種，一種為高抗拉鋼筋 4200(kg/cm²)，另一種為強度較低的為 2800(kg/cm²)之鋼筋。
5. 第一組鋼筋斷面積。本研究搜尋的範圍為#3 至#11 號鋼筋。

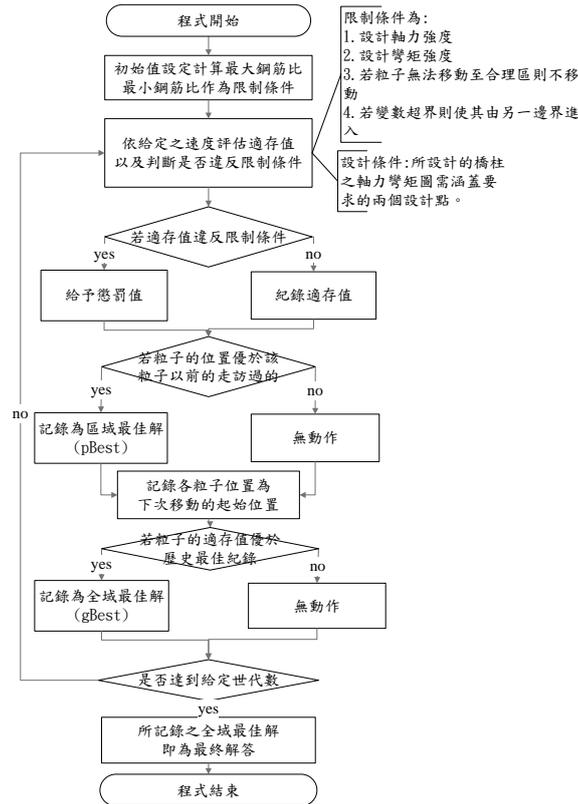


圖 2、粒子群演算法程式流程圖

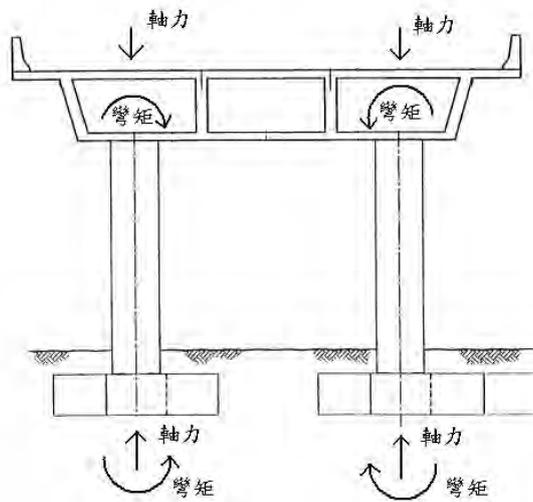


圖 3、橋柱設計案例示意圖

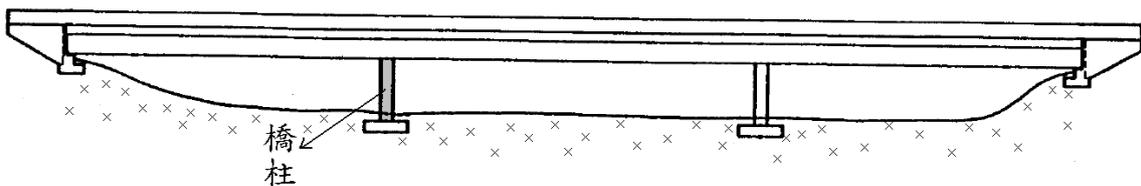


圖 4、鋼筋混凝土橋柱案例示意圖

6. 第二組鋼筋斷面積。本研究所搜尋的範圍為#3至#11號鋼筋。

原設計之軸力彎矩圖如圖 5，兩設計點須在橋柱之破壞包絡線內。本研究案例使用兩種演算法以橋柱直徑、鋼筋組數、每組鋼筋根數之配置、鋼筋號數、鋼筋強度以及混凝土強度為變數進行最佳化搜尋，最終設計的橋柱之破壞包絡線需大於所要求的兩組軸力—彎矩強度。模型的計算步驟如下：

1. 陣列 s 紀錄每根鋼筋對應至中性軸的相對位置。
2. 以相對位置計算出每根鋼筋在受力下的應變。
3. 以各鋼筋之應變推算出每根鋼筋所提供的拉、壓應力。
4. 以積分的方式計算出混凝土壓力區的總和(圖 6)，每 0.1 公分的高度切一個矩形進行應力應變等計算，再疊加以逼近混凝土之總壓應力。

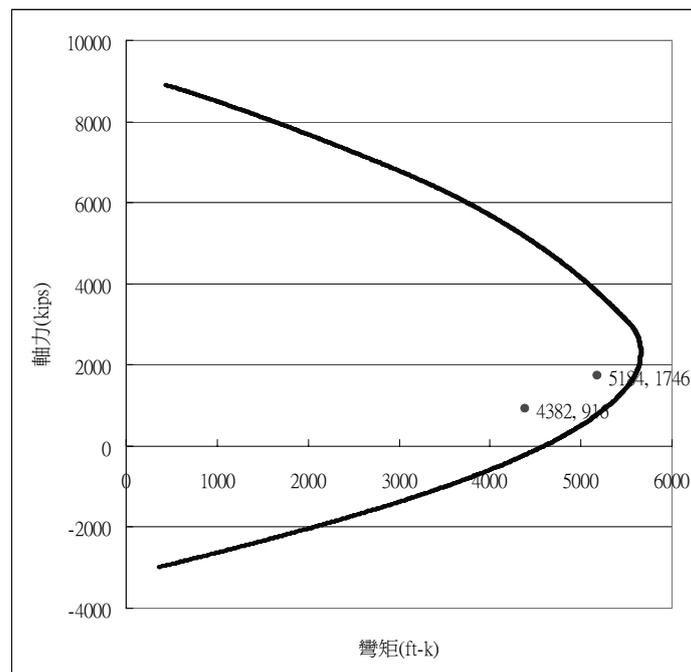


圖 5、軸力彎矩圖(原設計)

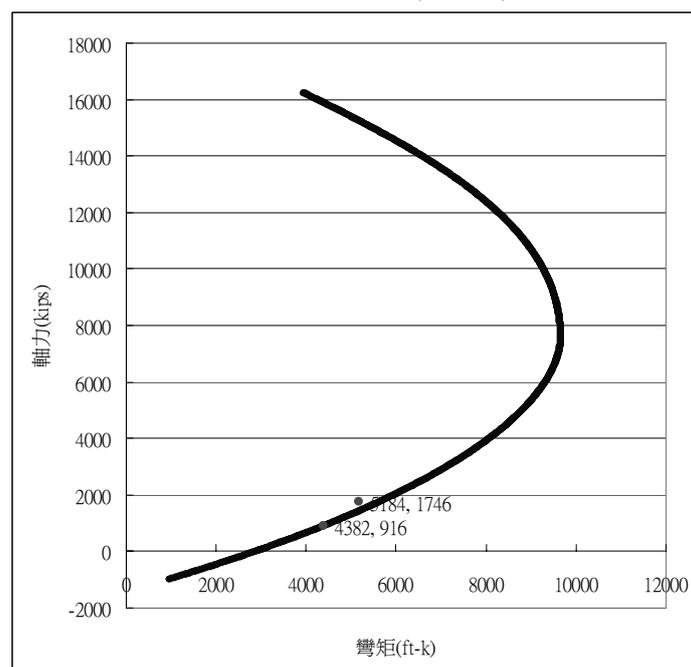


圖 6、軸力彎矩圖(粒子群演算法搜尋結果)

- 力平衡，總拉應力等於總壓應力，此步驟可得標稱軸力。
- 總彎矩平衡，此步驟可得標稱彎矩。

在使用兩套超啟發式演算法進行分析之後，再將兩套演算法之分析過程與結果加以探討，並且進行比較。目標希望能以此結果提供工程師在設計上分析方法的選擇。

5-1 基因演算法分析

基因演算法最初須先對所定義的變數進行編碼如下：

- 柱半徑：此參數為連續的變數，許多的計算都與此參數有關。經過測試，搜尋範圍設定為 50 至 70 公分。精度為 1 公分的搜尋範圍，以 5 組基因配置，每單位的基因表示 0.677 公分。舉例來說，若染色體為 01001 編碼成十進位即 9，則所得半徑即為 $50+9 \times 0.677=56.093$ 公分。
- 鋼筋組數：本研究為兩根鋼筋一組，每組的兩根鋼筋皆會進行配置號數的搜尋。組數之解皆為正整數，在編碼成十進位之後捨棄小數點取整數部分，並且限制不得小於 5 組以避免求得不合理解。
- 鋼筋號數：#3 到#11 有九種選擇，若以三格基因配置，則僅有八個刻度，不夠求解需求。因此以四格基因配置。即轉成十進位之後以 1.67 為一個單位進行篩選，小於 1.67 即選#3 鋼筋，小於 3.33 則選擇#4 鋼筋，依此類推。舉例來說，若基因為 01012 則十進位解為 5，代表選擇第 3 種號數，即#5。
- 混凝土強度：與電話訪問所知混凝土強度從 280 ~703(kg/cm^2)，對應到之價錢也有所不同。以精度為 1(kg/cm^2)進行求解，則以 9 個

基因配置，每單位基因為 $\left\lfloor \frac{703-280}{2^9-1} \right\rfloor = 0.828$ 單位之混凝土強度進行搜尋。舉例來說，若基因為 0100111012，轉換成十進位為 157，則所得解為 $280+0.828 \times 157=409.996$ ，即選擇 409.996(kg/cm^2)強度之混凝土。

- 鋼筋強度：強度分為兩種，一種為高抗拉鋼筋 4200(kg/cm^2)，另一種為強度較低的為 2800(kg/cm^2)之鋼筋，變數移動範圍定義為 0 到 1。兩種選擇，使用一個基因配置即可。

5-2 粒子群演算法分析

粒子群演算法最初須先對所定義的變數定義移動範圍如下：

- 柱半徑：此參數為連續的變數，許多的計算都與此參數有關。經過測試，搜尋範圍設定為 50 至 70 公分。
- 鋼筋組數：本研究為兩根鋼筋一組，每組的兩根鋼筋皆會進行配置號數的搜尋。組數之解皆為正整數，在粒子移動後需捨棄小數點取整數，並且限制不得小於 5 組以避免求得不合理解。
- 鋼筋號數：#3 到#11 有九種選擇，定義變數範圍從 0~9.9，小於 1 就選擇#3 鋼筋，小於 2 就選擇#4 鋼筋，依此類推。
- 混凝土強度：與電話訪問所知混凝土強度從 280 ~703(kg/cm^2)，對應到之價錢也有所不同，粒子移動範圍定義在 280~703。
- 鋼筋強度：強度分為兩種，一種為高抗拉鋼筋 4200(kg/cm^2)，另一種為強度較低的為 2800(kg/cm^2)之鋼筋，變數移動範圍定義為 0 到 1 小於 0.5 即選擇強度 2800(kg/cm^2)之鋼筋，大於 0.5 則選擇強度 4200(kg/cm^2)之鋼筋。

粒子群演算法對於變數範圍搜尋時，對於粒子超界所進行的處理是從超界的另一側進入搜尋區內，使該粒子反覆在所限制的範圍內進行搜尋。但是在所限制的搜尋範圍內所得之解仍有可能違反設計條件，此處則採取內懲罰函數的處理法，只接受合理解。若粒子移動 100 次仍然無法於合理區求得解答，該粒子將停留在原點，即前一世代之解。

5-3 結果分析

就天性結構上來說，基因演算法以染色體交配的方式，比較適合用來求解離散變數的問題。若答案是間斷的，則可以用編碼的方式來指定每個位置，本研究在鋼筋號數選擇時即是。而粒子群演算

法以粒子移動的方式尋求解答，再給予適存值做評估，給個粒子記錄自己的區域最佳解答，額外也記錄下群體歷史的全域最佳解答。粒子的移動之間是連續的，而且不會有記憶。因此粒子群演算法較適合用於求解連續性的問題。這兩種演算法也都有方法可以克服求解不同條件之變數，而本研究的變數中同時含有連續以及間斷的型態

本案例每個世代的計算量較大，因此以 500 世代做為搜尋案例。由於兩套超啟發式演算法都是隨機進行求解，且採用內懲罰函數法，必須求得合理

表 1、鋼筋混凝土圓形橋柱求解比較表

	原設計	基因演算法	粒子群演算法
鋼筋組數	17	24	17
柱半徑(公分)	60.96	76	70.634
混凝土強度(公斤/平方公分)	281.6	539.926	664.195
第二組鋼筋	10.1	2.85	3.88
第一組鋼筋	10.1	2.85	6.07
鋼筋強度(公斤/平方公分)	4200	4200	4200
物料成本(元)	383,824	267,944	266,253
鋼筋量	343.4	136.8	169.15

本研究的最佳化目標為最小物料成本，因各種材料評定標準不一，因此以價錢來進行評估。各種材料的價錢以近期市場訪價為主。鋼筋部分所採用的價錢來自台灣營建研究院所出版之營建物價 2008 十一月為標準如表 5.1 所示，混凝土之價錢源自 2008 年 12 月電話詢問民間公司所得，強度 280kg/cm² 的價錢為 3160 元、強度 490kg/cm² 的價錢為 4515 元、強度 703kg/cm² 的價錢為 5880 元，位於其間的強度可以內插計算出價錢。柱子包鐵模價錢以電話訪問到每公斤時價 75 元作為計算。鋼筋的合理耗損約為 7%，考量運送損壞或是人為誤差，本研究在進行物價計算的時候鋼筋的成本會乘以放大係數 1.07。

原本的設計案例材料成本為新台幣 383,824 元，以基因演算法最佳化後的材料成本為 267,944 元，粒子群演算法最佳化後的材料成本為 266,253 元。粒子群演算法在材料上的成本節省約 24.8%。

圖 6 為粒子群演算法搜尋到之橋柱設計，比原

解才能進行下一個世代的搜尋，因此每次搜尋的時間不等。本案例完成搜尋的時間大約為 10 分鐘（電腦 CPU 為 Intel Core 2 Duo E4400）。

表一為兩套超啟發式演算法所求得之新設計參數。本研究提出之兩套超啟發式演算法都可以求得比原設計更為經濟之設計。由兩套超啟發式演算法所得到的答案很明顯的發現混凝土強度都比原設計強，鋼筋的使用量則較原設計少。柱桿件在使用以壓應力為主，混凝土強度的提升可以抵抗更強的壓應力。

設計圖 4 更為貼近需求的兩點。圖 7 分別為兩種演算法所搜尋的成本收斂曲線，可以明顯的看出來成本收斂的過程且在此問題中粒子群演算法優於基因演算法。

六、結論

本研究以兩套超啟發式演算法對於兩套模型進行降低成本。傳統的設計法通常是採用試誤計算，雖然在設計時能滿足規範的強度需求，但並不能保證能夠求得經濟且合理的設計。透過兩套超啟發式演算法的最佳化搜尋，雖然未必保證在每次的搜尋中可以求得全域最佳解答，但是既可以滿足規範需求，亦可求得更為經濟的設計以降低成本。

以本研究兩個模型案例隨機進行十次搜尋來說，每次搜尋都求得比原設計更為經濟的答案。較好的幾次甚至可以求得比原設計更低 20% 到 27% 的物料成本。因此以超啟發式演算法對於工程師在進行鋼筋混凝土設計是有幫助的。未來則將整合超啟

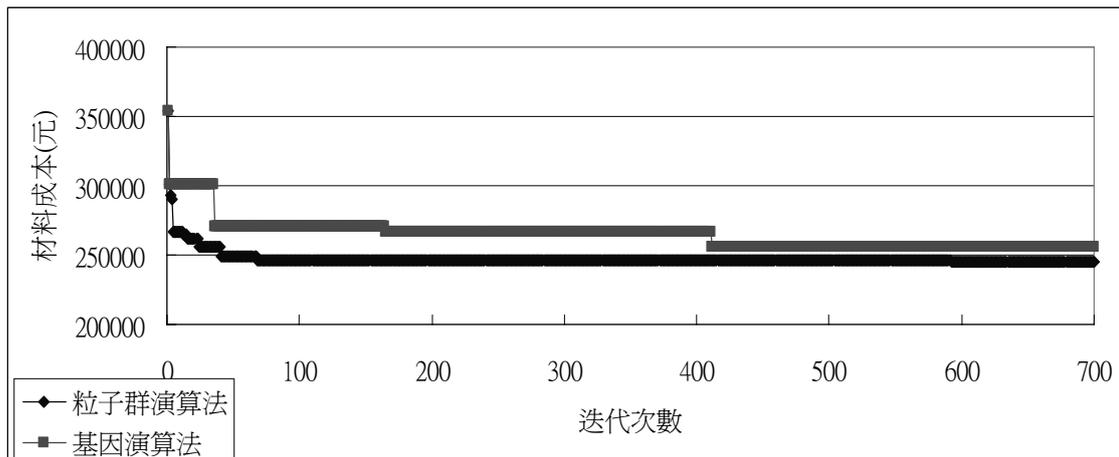


圖 7、成本收斂圖

發式演算法於結構設計套裝軟體平台上以推廣其實

務應用。

七、參考文獻

- Bland, J A and Dawson, G P. "Tabu search and design optimization" IEEE Computer-Aided Design, Vol. 23, pp. 195-201 (1991).
- Deitel, P. J.; Deitel, H. M. "C++: How To Program, Forth Edition" by Pearson Education, Inc, publishing as Prentice Hall (2004).
- Eberhart, R.C., and Kennedy, J., "A new optimizer using particle swarm theory. Proc. sixth international symposium on Micro Machine and Human Science" , Nagoya, Japan, pp.39-43 (1995) .
- Fourie, P. C., and Groenwold, A. A., The particle swarm optimization algorithm in size and shape optimization, Struct. Multidiscip. Optim., 23(4), 259-267 (2002) .
- Hajela, P." Genetic Search – An Approach to the Nonconvex Optimization Problem" , AIAA Journal, Vol. 28 , No. 7, pp. 1205-1210 (1990).
- Mander, J. B., Priestley, M. J. N., and Park, R.. "Seismic design of bridge piers." Research Report No. 84-2, Univ. of Canterbury, New Zealand (1984).
- Mast, R.; Marsh, L.; Spry, C.; Johnson, S.; Griebenow, R.; Guarre, J.; Wilson, W. "Seismic Design of Bridges – Design Example No.1 Two-Span Continuous CIP Concrete Box Bridge" Publication No. FHWA-SA-97-009 (1996).
- Nilson, A. H.; Darwin, D.; and Dolan, C. W. "Design of Concrete Structures" 13th Ed. McGraw-Hill (2004).
- 台灣營建研究院，營建物價 (2008)。